IUT AISNE	Les fonctions logiques	I. S. C.
BUT GMP	Cours	Semestre 1

Pré requis :

- Aucun.

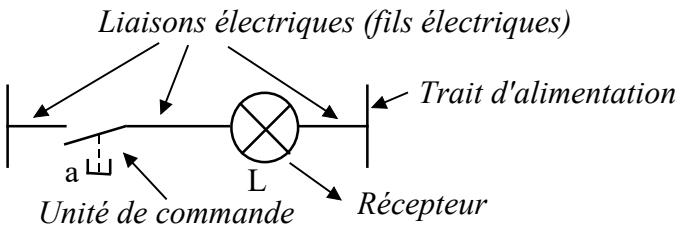
Objectifs :

- Maitriser les notions de fonctions logiques : schéma électrique, schéma Ladder, table de vérité, équation, logigramme, schéma FBD, chronogramme.

1) Les fonctions logiques

1.1) La fonction OUI

a) *Schéma électrique* :



La lampe L est à l'état 1 si, et seulement si, a est à l'état 1.

b) *Table de vérité :*

a	L
0	
1	

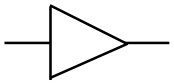
Egalité d'état entre a et L

c) *Equation logique* :

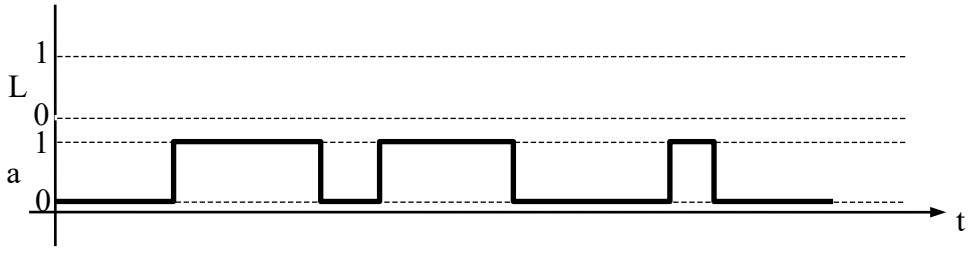
L = se lit : l'état de l est égal à l'état de a

d) *Symboles logiques* :

Entrée : a — 1 — Sortie : L

Symbole américain : 

e) *Chronogramme :*



Le chronogramme met en évidence que l'état de la sortie L est identique à l'état de l'entrée e.

1.2) La fonction NON

a) *Schéma électrique* :



La lampe L est à l'état 1 si, et seulement si, il n'y a pas d'action sur la variable $\bar{a}$ (se lit a barre).

b) *Table de vérité :*

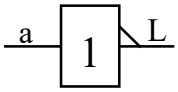
a	L
0	
1	

Complément d'états entre a et L.

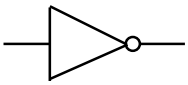
c) *Equation logique* :

$L = \bar{a}$ se lit : l'état de L est égal à l'état de $\bar{a}$ (a barre ou non a).

d) *Symboles logiques* :

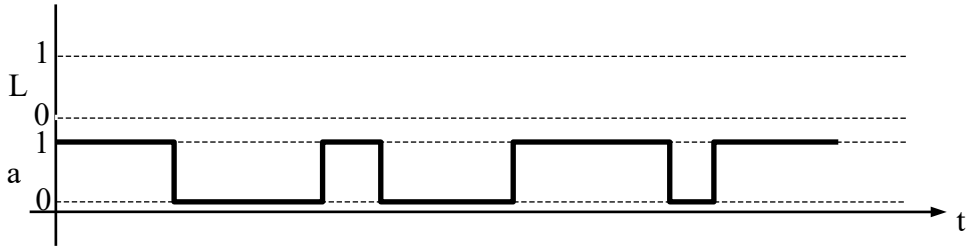


Symbole américain :



La petite barre qui indique la négation logique de la sortie, identifie l'opérateur

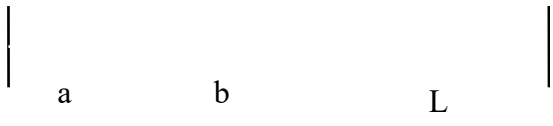
e) *Chronogramme :*



Le chronogramme met en évidence que l'état de la sortie L est complémentaire à l'état de l'entrée e.

1.3) La fonction ET

a) *Schéma électrique* :



La lampe L est à l'état 1 si, et seulement si, a ET b sont à l'état 1.

b) ***Table de vérité :***

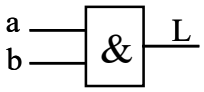
a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

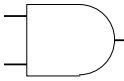
Seule la dernière combinaison affecte à L l'état 1.

c) ***Equation logique*** **:**

L = se lit : l'état de L est égal à l'état de a ET à l'état de b. Le **.** désigne le produit logique.

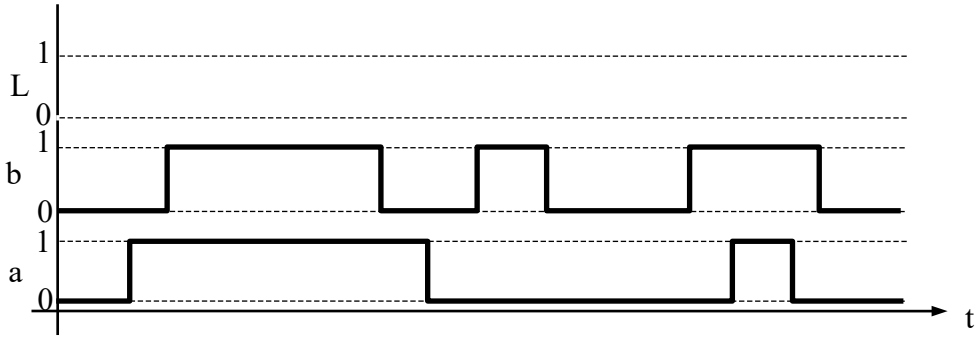
d) ***Symboles logiques*** **:**



Symbole américain :  Se désigne AND

& : Symbole distinctif de l'opérateur ET.

e) ***Chronogramme :***



Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 1si, et seulement si, les deux entrées a ET b sont à l'état 1.

1.4) **<u>La fonction OU</u>**

a) ***Schéma électrique*** **:**



La lampe L est à l'état 1 si, et seulement si, a OU b sont à l'état 1.

b) ***Table de vérité :***

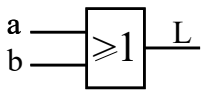
a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

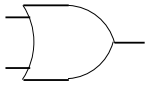
Les trois dernières combinaisons affectent à L l'état 1.

c) ***Equation logique*** **:**

L = se lit : l'état de L est égal à l'état de a OU à l'état de b. Le + désigne la somme logique.

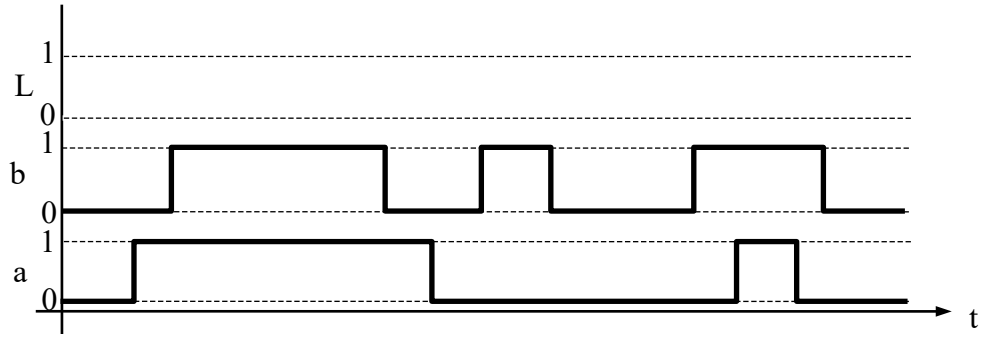
d) *Symboles logiques* :



Symbole américain  : Se désigne OR

≥ 1 : Symbole distinctif de l'opérateur OU.

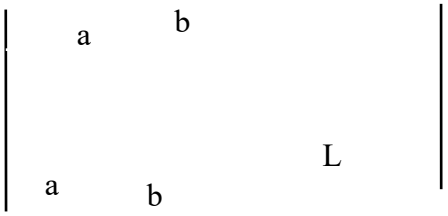
e) *Chronogramme :*



Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 1si, et seulement si, l'entrée a OU l'entrée b sont à 1.

1.5) <u>La fonction OU exclusive</u>

a) *Schéma électrique* :



Ce montage est celui du "va et vient".

b) *Table de vérité :*

a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

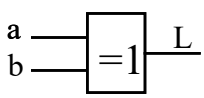
L = 1 si les deux entrées sont dans des états opposés.

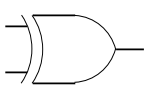
c) *Equation logique* :

L = se lit : Etat de L égal à l'état de a OU exclusif à l'état de b, ce qui se traduit par :

$$L = \bar{a}\quad\quad\bar{b}$$

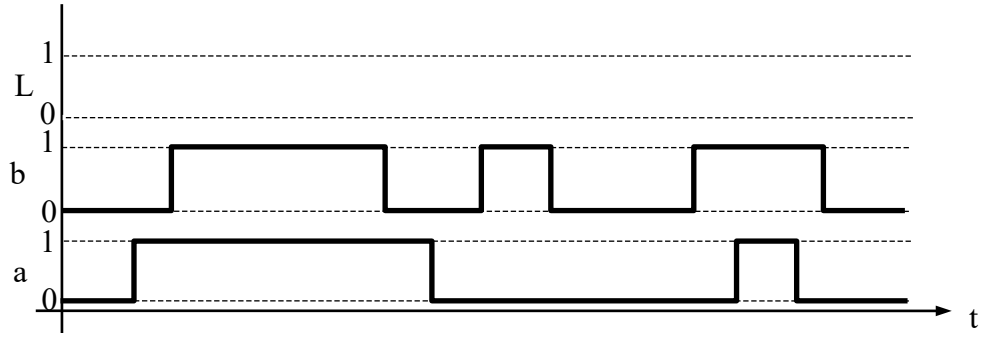
d) *Symboles logiques* :



Symbole américain  : Se désigne EXOR

= 1 : Symbole distinctif de l'opérateur OU exclusif.

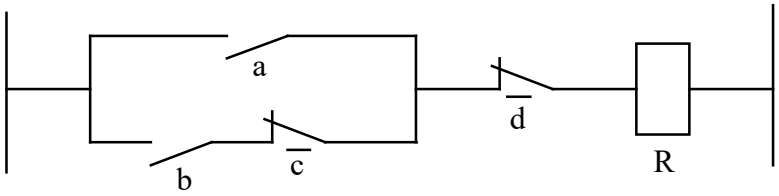
e) ***Chronogramme :***



Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 0 si, l'entrée a ou l'entrée b sont à 1.

2) APPLICATIONS SUR LES FONCTIONS

2.1) Traduction d'un schéma électrique en équation logique



R =

2.2) Traduction d'une équation logique en schéma électrique

$X = \bar{a} \,.\, b \,.\, (c + d) \,.\, (e + a)$

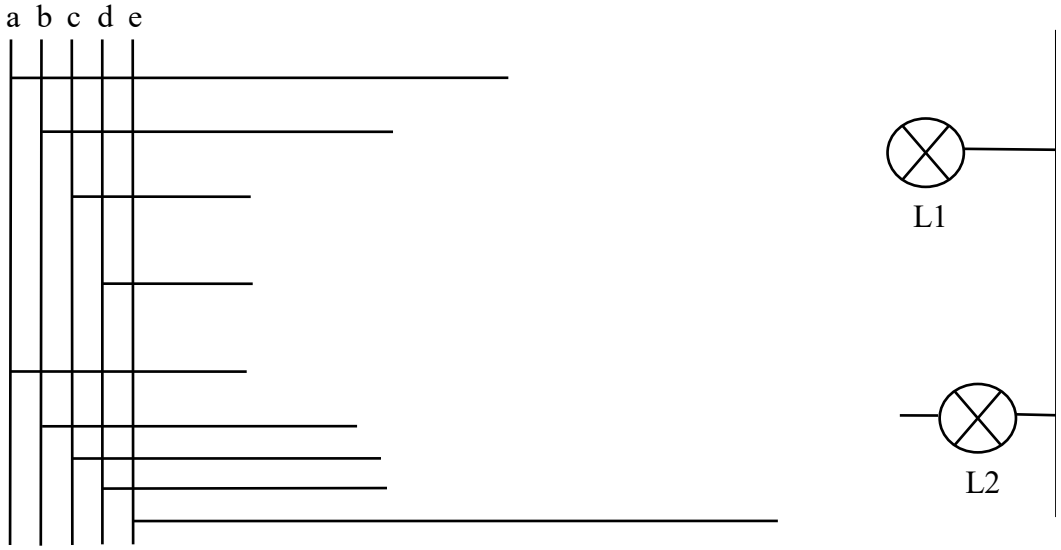


2.3) Traduction d'une équation en logigramme

Logigramme : structure à portes logiques

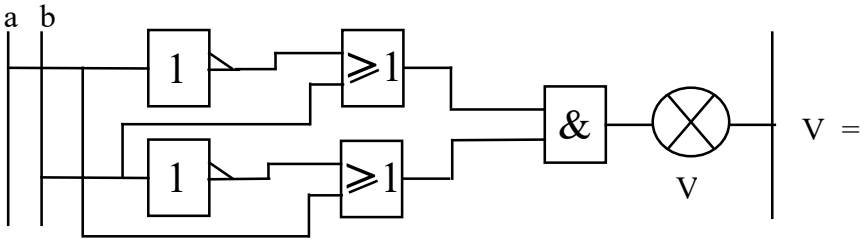
$L1 = \left(b \,.\, \bar{c} + a \right) \,.\, \bar{d}$

$L2 = \bar{a} \,.\, b \,.\, (c + d) \,.\, e$



a, b, c, d et e sont issus de contacts "NO"

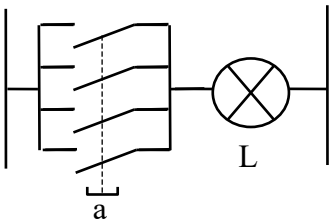
2.4) Traduction d'un logigramme en équation



3) RELATIONS EN ALGEBRE LOGIQUE

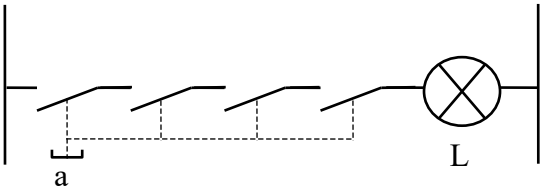
3.1) Idempotence

a + a + a + a =



4 contacts "NO" câblés en parallèle pour la même unité de commande

a . a . a . a =

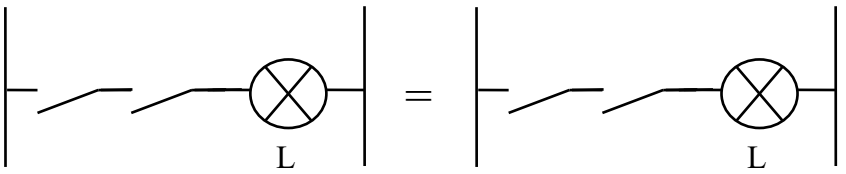


4 contacts "NO" câblés en série pour la même unité de commande

Remarque : En algèbre logique, il n'y a ni coefficient ni exposant.

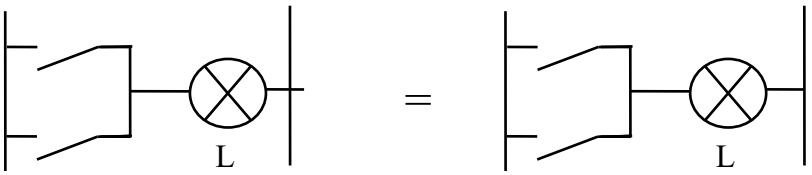
3.2) Commutativité

Le produit logique est commutatif : a . b = b . a



Ces deux schémas ont la même table de vérité.

La somme logique est commutative : a + b = b + a



Ces deux schémas ont la même table de vérité.

3.3) Associativité

Les propriétés d'associativité sont applicables aux expressions logiques suivantes :

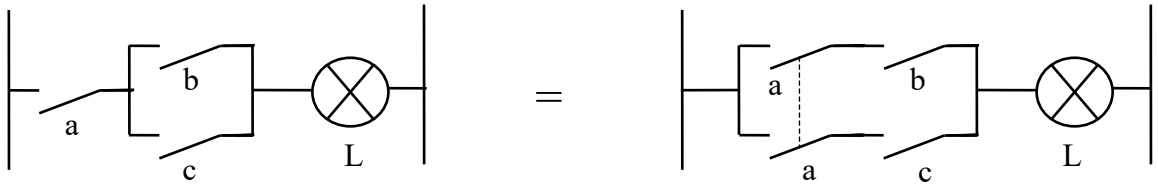
L = a + (b + c) =

L = a . (b . c) =

3.4) Distributivité

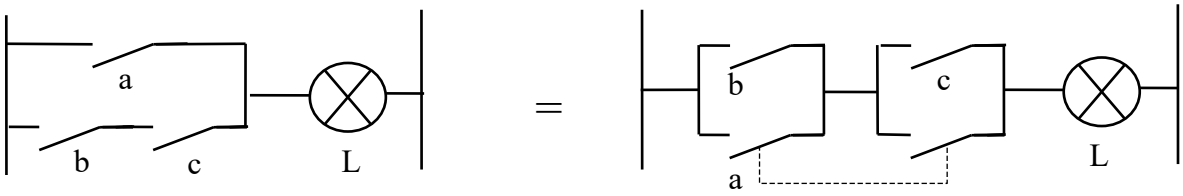
L'addition logique est distributive par rapport à la multiplication logique :

a . (b + c) =

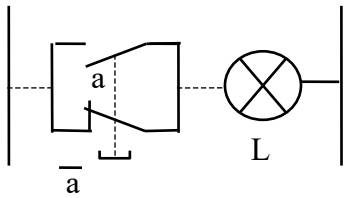


La multiplication logique est distributive par rapport à l'addition logique :

a + (b . c) = (a + b) . (a + c)

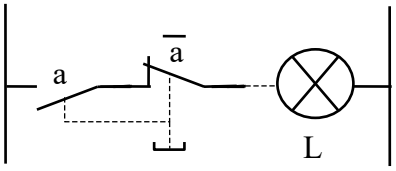


3.5) <u>Autres relations particulières</u>



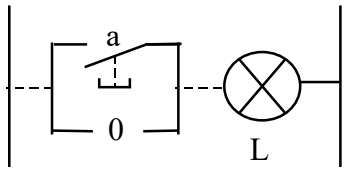
$L = a + \bar{a} =$

La lampe est toujours allumée



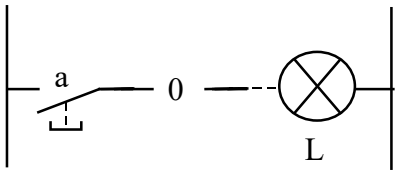
$L = a \cdot \bar{a} =$

La lampe est toujours éteinte



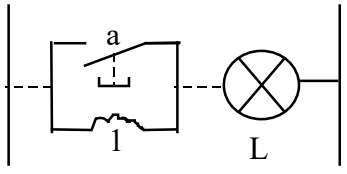
$L = a + 0 =$

Ce schéma est celui de la fonction OUI



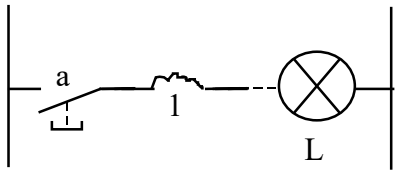
$L = a \cdot 0 =$

La lampe est toujours éteinte



$L = a + 1 =$

La lampe est toujours allumée .
1 est une continuité électrique .



L = a . 1 =

Ce schéma est celui de la fonction OUI

3.6) Application

a . (a + b) =

=

=

=

4) THEOREME DE DE MORGAN

Pour la mise en évidence des fonctions "NON ET" et "NON OU", nous allons utiliser le complément de la somme logique et le complément de la multiplication logique.

Le complément d'une somme logique est égal au produit logique des termes complémentés .

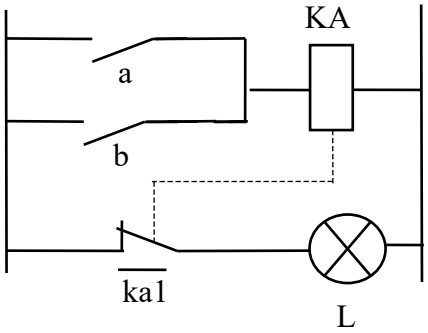
Exemple : $\overline{a + b} = \overline{a} . \overline{b}$

Le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des termes complémentés .

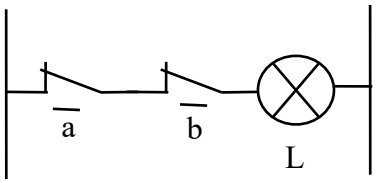
Exemple : $\overline{a . b} = \overline{a} + \overline{b}$

Démonstration : nous allons comparer $\overline{a + b} = \overline{a} . \overline{b}$

a) L = $\overline{a + b}$



L = $\overline{a} . \overline{b}$



b) Tables de vérité :

a	b	KA1	L
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

$\overline{a}$	$\overline{b}$	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

c) Conclusion :

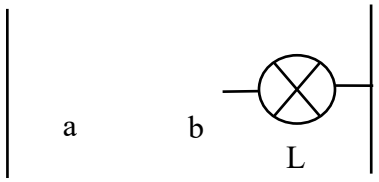
Les résultats sont identiques donc ces deux schémas ont un fonctionnement équivalent.

➔ $\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$

4.1) La fonction "NON OU"

C'est une fonction "OU" dont la sortie est complémentée

a) *Schéma électrique* :



b) *Table de vérité :*

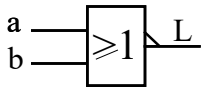
a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

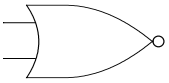
Les états de L sont complémentaires aux états de L de l'opérateur OU.

c) *Equation logique* :

$L = \overline{a + b}$ se lit : Etat de L égal à l'état de a OU b barre.

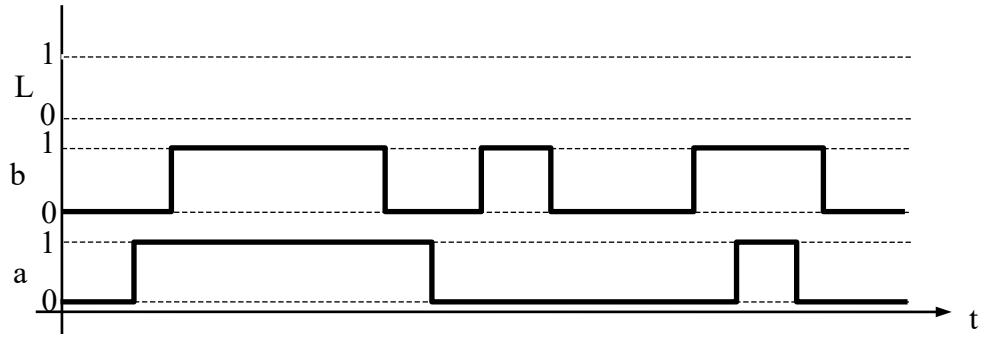
d) *Symboles logiques* :



Symbole américain :  Se désigne "NOR"

≥ 1 et la barre qui indique la négation logique de la sortie, identifient l'opérateur.

e) *Chronogramme :*

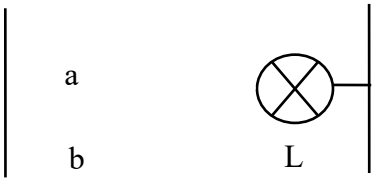


Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 1 si, et seulement si, les deux entrées a ET b sont à l'état 0.

4.2) La fonction "NON ET"

C'est une fonction "ET" dont la sortie est complémentée

a) *Schéma électrique* :



b) *Table de vérité :*

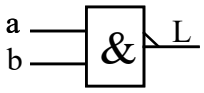
a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

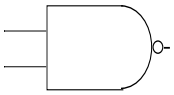
Les états de L sont complémentaires aux états de L de l'opérateur ET.

c) *Equation logique* :

$L = \overline{a \cdot b}$ se lit : Etat de L égal à l'état de a ET b barre.

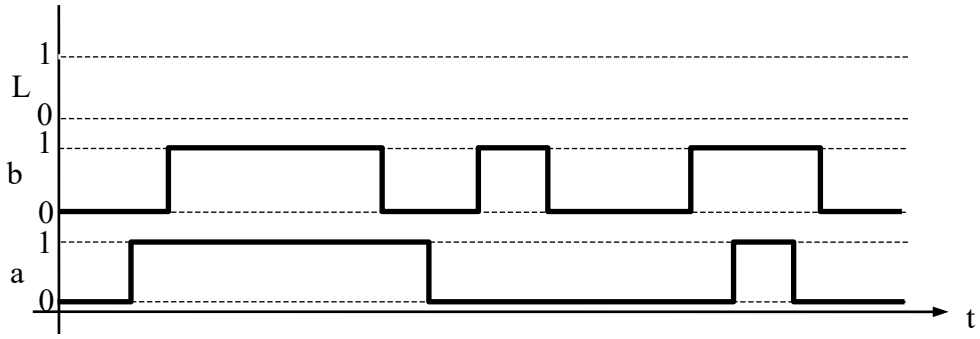
d) *Symboles logiques* :



Symbole américain :  Se désigne "NAND"

& et la barre qui indique la négation logique de la sortie, identifient l'opérateur.

e) *Chronogramme :*

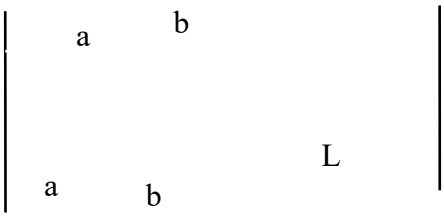


Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 0 si, et seulement si, les deux entrées a ET b sont à l'état 1.

4.3) La fonction "NON OU exclusive"

C'est une fonction "OU exclusive" dont la sortie est complémentée

a) *Schéma électrique* :



b) ***Table de vérité :***

a	b	L
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

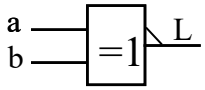
L = 1 si les deux entrées sont dans le même état.

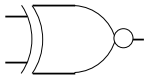
c) ***Equation logique*** **:**

L = se lit : Etat de L égal à l'état de a NON OU exclusif à l'état de b, ce qui se traduit par :

L =

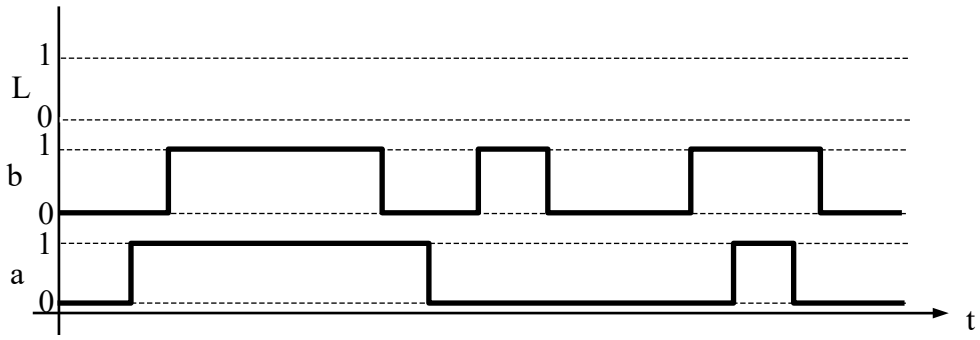
d) ***Symboles logiques*** **:**



Symbole américain  : Se désigne NEXOR

= 1 : Symbole distinctif de l'opérateur OU exclusif.

e) ***Chronogramme :***



Le chronogramme ci-contre met en évidence que la sortie L est à l'état 1 si, l'entrée a ou l'entrée b sont identique.