

# Conception d'algorithmes en langage de programmation C++

Modélisation et simulation de comportements physiques  
(mécanique, thermique, électrique, ...)

Master 2 - Génie Industriel  
Industrie Numérique  
INstitut Supérieur des Sciences Et Techniques (UPJV)

Pr Mohamed Guessasma

Octobre 2025



- Quand est-ce qu'on va toucher le sol ?
- Bientôt !
- ???



Température à la surface du soleil  $> 10^6$  °C



# Contexte

## Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

## Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

## Modélisation thermique 2

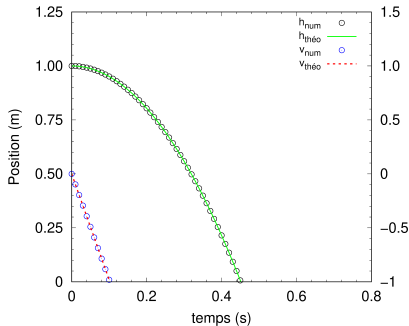
Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

# Chute libre d'un corps solide sans contact

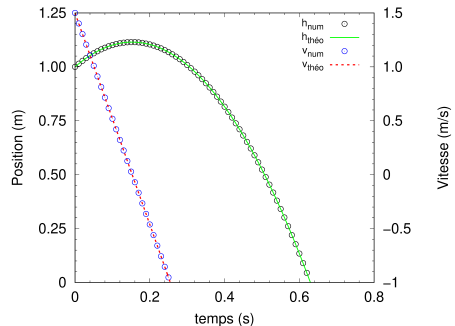
Étude du mouvement d'une sphère soumise à l'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  :

$$h_0 = 1 \text{ m} ; R_b = 5.10^{-2} \text{ m} ; v_0 = [0 - 1.5] \text{ m/s} ; g = 9.81 \text{ m/s}^2 ;$$

$$\Delta t = 10^{-3} \text{ s} ; t_{total} = 1 \text{ s} ; h(t) = -g \frac{t^2}{2} + v_0 t + h_0 ; v(t) = -gt + v_0$$



(a)  $v_0 = 0 \text{ m/s}$



(b)  $v_0 = 1.5 \text{ m/s}$

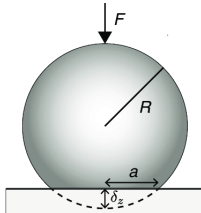
# Chute libre d'un corps solide avec contact

Étude du mouvement d'une sphère soumise à l'accélération gravitationnelle  $\vec{g}$  avec prise en compte de l'interaction sphère/plan :

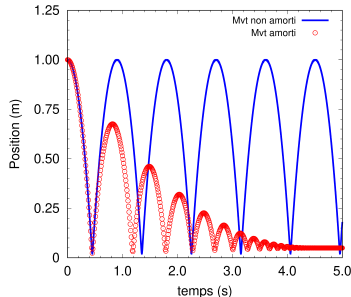
$$R_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} ; \rho = 2700 \text{ kg/m}^3 ; F_n = -k_n \delta_n - c_n v_n ;$$

$$m = \rho V ; k_n = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R_b \delta_n} \quad \left( \text{avec } \frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} + \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) ;$$

$$c_n = \sqrt{\frac{10}{3}} \psi \sqrt{\frac{3}{2} k_n m} ; \psi = \ln \alpha_e / \sqrt{\ln^2 \alpha_e + \pi^2} ; \alpha_e = 0.8$$



(a) sphère/plan



(b) Contact A/A

## Pas de temps critique : systèmes dynamiques oscillatoires

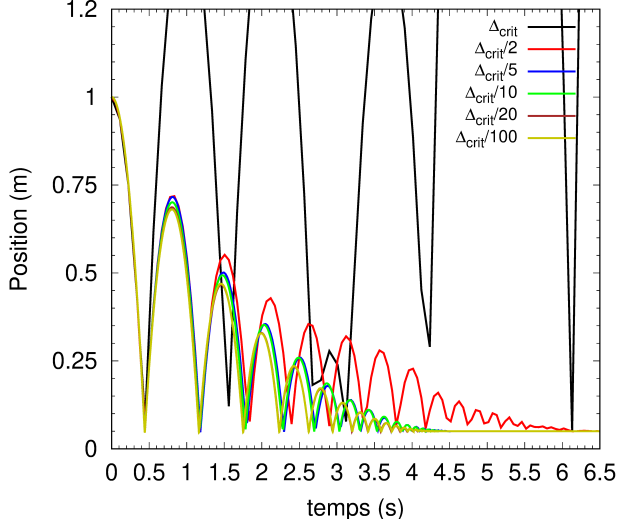
Le pas de temps critique  $\Delta t_{crit}$  est calculé par rapport à la pulsation maximale d'oscillation  $\omega_{max}$ . La détermination de  $\omega_{max}$  nécessite un développement analytique plus élaboré. Afin de simplifier les calculs, on peut raisonnablement faire le choix de substituer à  $\omega_{max}$  la pulsation propre  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

- ▶ Dans le cas non amorti,  $\Delta t_{crit}$  est donné par la relation suivante :  $\Delta t_{crit} < \frac{2}{\omega}$ .
- ▶ Dans le cas amorti, on a une réduction de  $\Delta t_{crit}$  :  

$$\Delta t_{crit} < \frac{2}{\omega} \left( \sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta \right), \text{ avec } \zeta = \frac{c}{c_{crit}} \text{ le rapport du coefficient d'amortissement par le coefficient d'amortissement critique}$$

$$c_{crit} = 2\sqrt{k \times m}$$

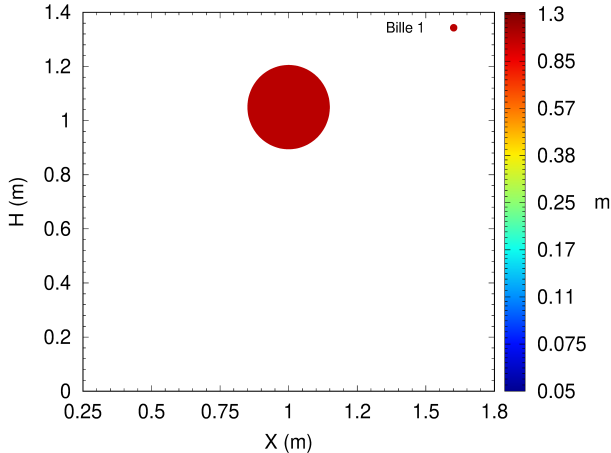
Il est admis de choisir un pas de temps tel que :  $\Delta t = 0.5 \times \Delta t_{crit}$



## Rebonds amortis d'une sphère



# Animation cinématique (cliquez sur l'image)



# Contexte

## Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

## Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

## Modélisation thermique 2

Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

## Transfert thermique bille/plan

Étude du transfert thermique dans une bille, initialement à la  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ , en contact avec une paroi chauffée à une température  $T_p = 100^\circ\text{C}$ . Formulation thermique et schéma d'intégration :

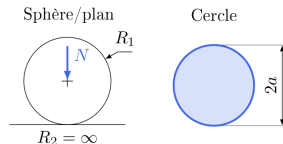
1. Loi de Fourier :  $mC_p \frac{dT}{dt} = Q_{\text{ext}} + Q_{p \rightarrow b}$
2. Schéma d'intégration :  $T_{t+\Delta t} = T_t + \frac{\Delta t}{C_p \rho V} (Q_{\text{ext}} + H_c (T_p - T_t))$

$H_c = \frac{4 r_{\text{Hertz}}}{\left(\frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_w}\right)}$  conductance de contact,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_w$  conductivités

thermiques de la bille et de la paroi.  $T_t$  et  $T_{t+\Delta t}$  températures de la bille à  $t$  et  $t + \Delta t$

$$a_{\text{Hertz}} = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} (k_1 + k_2) R_b F_n} \text{ avec } k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}$$

(b) Rayon de contact

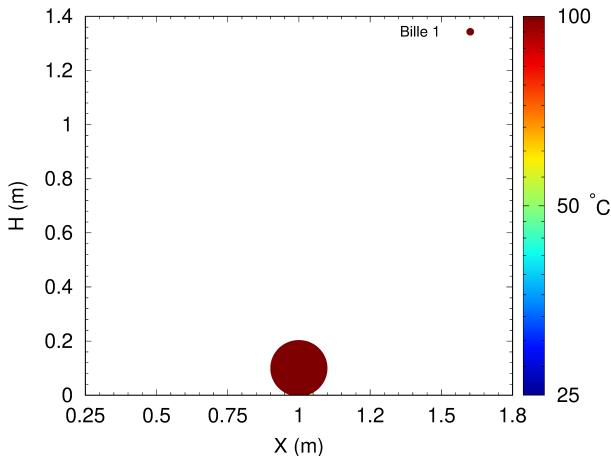


(a) contact sphère/plan

## Pas de temps critique : transfert thermique en régime transitoire

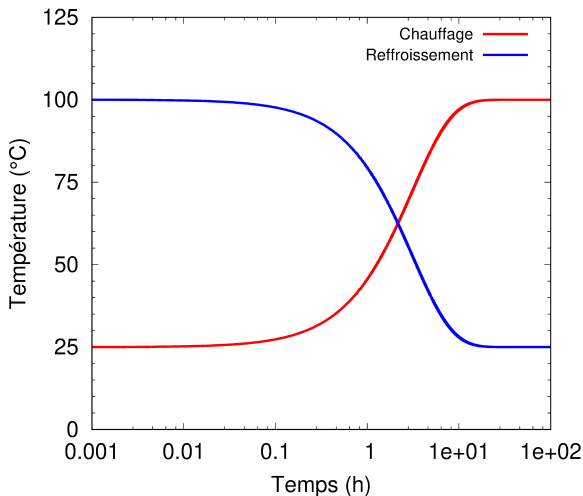
Le schéma d'intégration temporelle des équations de la chaleur est stable à condition que le pas de temps  $\Delta_t$  soit strictement inférieur au pas de temps critique  $\Delta_{crit}$ . L'expression de  $\Delta_{crit}$  est la suivante :  $\Delta_{crit} = \frac{\rho C_p L^2}{\lambda}$  avec  $L$  la taille de discrétisation minimale. Dans le cadre de cette étude (bille en contact avec une paroi chauffante)  $L$  est équivalente au rayon de la bille.

# Animation thermique bille/plan (cliquez sur l'image)

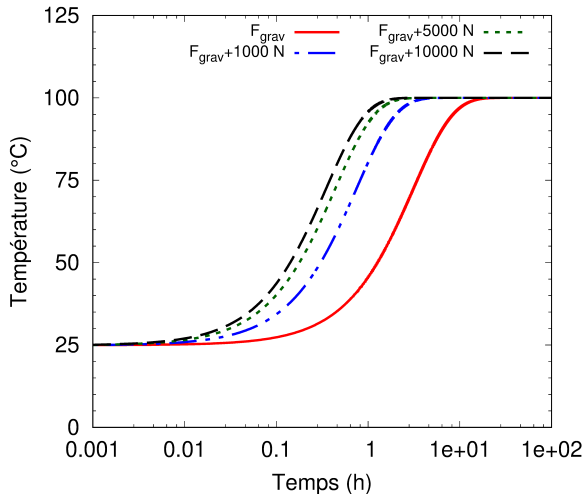


Température :  $H = f(T^\circ)$

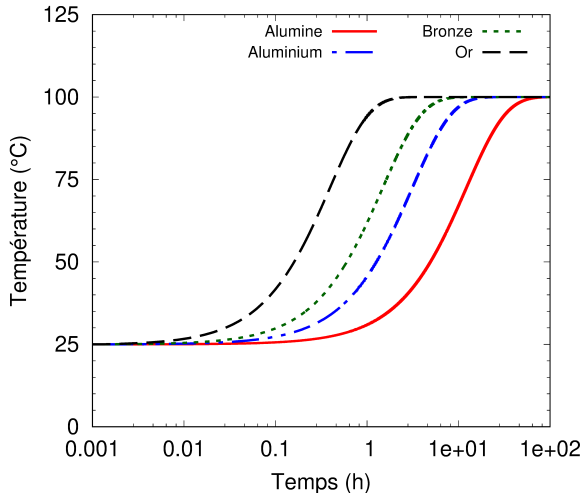
## Paroi chauffante/refroidissante (cas de l'aluminium)



# Influence de la force normale (cas de l'aluminium)



# Influence du matériau ( $F_n = cste$ )





# Contexte

## Modélisation mécanique

Bille en chute libre sans contact

Bille en chute libre avec contact (bille/paroi)

## Modélisation thermique 1

Conductance de contact bille/paroi

Cycles de chauffe et de refroidissement

Étude paramétrique (force normale et matériau)

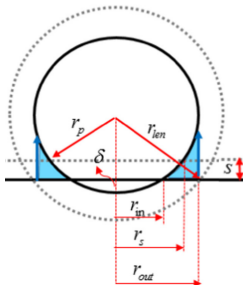
## Modélisation thermique 2

Conductance de contact et effet du fluide bille/paroi

## Transfert thermique bille/paroi

Étude du transfert thermique dans une bille (ex. aluminium), initialement à la température  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ , en contact avec une paroi (ex. acier) maintenue à la température  $T_p = 100^\circ\text{C}$ . Les modes de transferts thermiques pris en compte sont :

1. la conductance de contact bille/paroi (aire de Hertz)
2. la conduction thermique bille/fluide (couche de d'air proche de la paroi)



## Loi de Fourier

La modélisation de l'échange de thermique bille/paroi est donnée par l'équation de suivante :

$$m_b C_p \frac{dT}{dt} = Q_{ext} + Q_{bp} + Q_{bfp}$$

avec  $m_b$  : masse de la bille ;  $C_p$  : chaleur spécifique de la bille ;  $T$  : la température ;  $t$  : le temps ;  $Q_{ext}$  : flux extérieur ;  $Q_{bp}$  et  $Q_{bfp}$  : flux thermiques resp. par conductance **bille/paroi** et par conduction **bille/fluide/paroi**.

Dans ce qui va suivre seul le flux thermique dû au fluide  $Q_{bfp}$  sera développé. La contribution par conductance  $Q_{bp}$  est identique à celle développée précédemment.

## Conduction thermique par le fluide

$$Q_{bfp} = H_f (T_p - T_b^t)$$

avec  $H_f = 2\pi\lambda_g \times \bar{Q}_{pfb} \times R_b$  ;  $\lambda_g$  : conductivité thermique du fluide (fine couche d'air au voisinage de la paroi)

et  $\bar{Q}_{pfb} = \frac{\bar{r}_s^2 - \bar{r}_{in}^2}{2\bar{s}} + \sqrt{1 - \bar{r}_{out}^2} - \sqrt{1 - \bar{r}_s^2} + (1 - \bar{\delta}_n) \ln \left( \frac{1 - \bar{\delta}_n - \sqrt{1 - \bar{r}_{out}^2}}{1 - \bar{\delta}_n - \sqrt{1 - \bar{r}_s^2}} \right)$

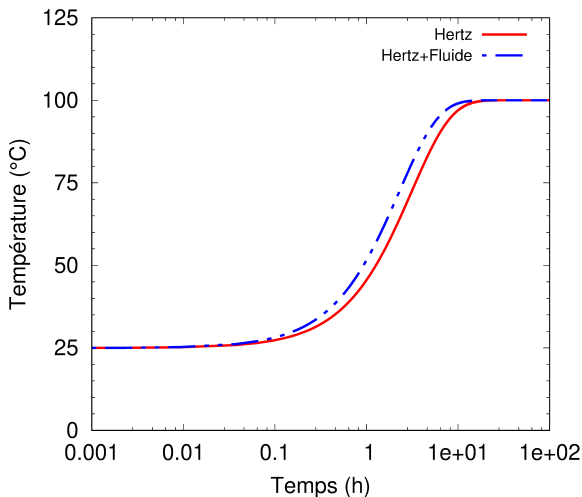
;  $\bar{\delta}_n = \frac{\delta_n}{R_b}$  :  $\delta_n$  : interpénétration normale bille/paroi ;

$\bar{r}_{out} = \sqrt{\bar{r}_{len}^2 - (1 - \bar{\delta}_n)^2}$  ;  $\bar{r}_{in} = \sqrt{1 - (1 - \bar{\delta}_n)^2}$  ;

$\bar{r}_s = \sqrt{1 - (1 - \bar{\delta}_n - \bar{s})^2}$  ;  $\bar{s} = 0.001, 0.002$  : rapport de l'épaisseur uniforme de la couche de fluide par le rayon de la bille  $R_b$  ;

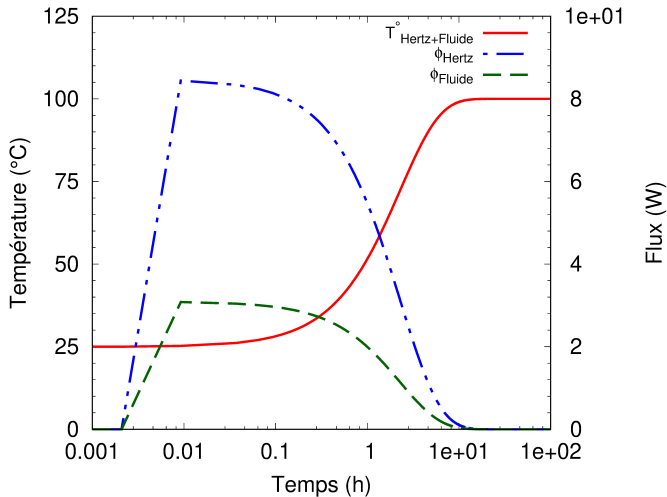
$\bar{r}_{len} \in [1.01 - 1.09]$  : rapport du rayon de la couche de fluide enveloppant la bille par  $R_b$ .

# Évolution de la $T^\circ$ avec et sans contribution du fluide



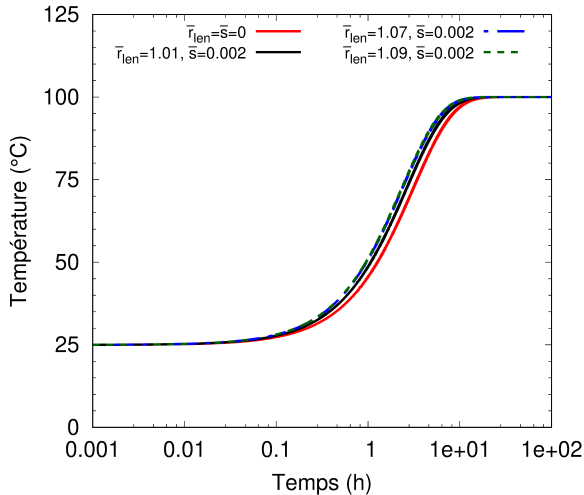
Paramètres du modèle fluide :  $\bar{s} = 0.001$  et  $\bar{r}_{len} = 1.07$

# Évolution de la $T^\circ$ et flux thermiques (Hertz et fluide)



Paramètres du modèle fluide :  $\bar{s} = 0.001$  et  $\bar{r}_{len} = 1.07$

# Étude paramétrique : $\bar{r}_{len} \in [1.01 - 1.09]$



**Merci de votre attention**