

Licence informatique-Miage : Mathématiques financières

Examen 11 janvier 2021

Durée 2 heures

Avertissement : lors de la résolution de chaque exercice, il est impératif de bien préciser les formules littérales utilisées. D'autre part, la qualité de la rédaction intervient dans l'appréciation de la copie.

Votre copie est à envoyer à l'adresse suivante (comme vous l'avez fait pour le partiel) :
pierre.delcastillo@u-picardie.fr

Exercice 1

A. On effectue successivement 24 versements mensuels de 300 euros ayant lieu en fin de mois 1, 2, \dots , 24, le taux mensuel étant de 0.5 pour cent.

1. Calculer la valeur *acquise* par cette suite de versement immédiatement après le dernier versement.
2. Calculer la valeur acquise six mois après le dernier versement.
3. Déterminer la valeur *actuelle* de cette suite de versements un mois avant le premier versement.
4. Déterminer la valeur actuelle de cette suite de versements trois mois et demi avant le premier versement.

B. On considère 3 versements mensuels ayant lieu en fin de mois (taux mensuel $t = 1$ pour cent), les versements suivant une progression géométrique de raison 1.1, le premier versement étant égal à 100 euros.

1. Déterminer la valeur acquise par cette suite de versements après le dernier versement.
2. Déterminer la valeur actuelle de cette suite de versements un mois avant le premier versement.

Exercice 2

Dans cet exercice, les calculs se font à intérêts composés.

Aujourd'hui, un débiteur souhaite remplacer trois traites de 2000 euros, 4000 euros et 3000 euros, la première échéant dans un an, la seconde dans deux ans, et la troisième dans quatre ans par deux traites, l'une d'un montant de 5000 euros échéant dans deux ans et l'autre échéant dans quatre ans d'un montant de 4177 euros.

1. Écrire l'équation satisfaite par le taux annuel t .
2. Quel est la valeur du taux : $t_1 = 3.5$ pour cent, $t_2 = 3.8$ pour cent, $t_3 = 4$ pour cent ou $t_4 = 4.2$ pour cent ?

Exercice 3

Un particulier désire emprunter un capital C égal à 15000 euros à un établissement financier. Plusieurs formules de remboursement de cet emprunt sont proposées, toutes au taux annuel de 10 pour cent.

1. Formule 1. Rembourser capital et intérêts en une seule fois trois années après la remise des fonds. Quelle somme devra-t-il payer à la fin de la troisième année ?
2. Formule 2 : Remboursement en trois annuités constantes, première annuité un an après la remise des fonds. Dresser le tableau d'amortissement de cet emprunt indivis.
3. Formule 3 : Remboursement en 24 mensualités constantes, première mensualité 13 mois après la remise des fonds, intérêts payés en fin de période (système classique français). Établir que le montant d'une mensualité notée R satisfait l'équation

$$C = R(1+t)^{-12} \frac{1 - (1+t)^{-24}}{t},$$

puis en déduire R (on utilisera un taux mensuel *équivalent* au taux annuel).

4. Formule 4. Remboursement à amortissement constant en trois annuités. Dresser le tableau d'amortissement.

Exercice 4

Dans cet exercice, on considère que l'emprunt est effectué à annuités constantes, la première annuité étant versée une période après la remise des fonds (système classique français).

A. Déterminer le montant du capital emprunté et le montant de l'annuité constante pour chacun des emprunts dont les éléments connus sont les suivants :

1. Remboursable en 5 ans, taux annuel 7.75 pour cent. Montant du premier amortissement 256.96.
2. Remboursable en 10 ans, taux annuel 10.25 pour cent, montant du dernier amortissement 969.83 euros.
3. Remboursable en 8 ans, montant du premier amortissement 490.86 euros, montant du dernier amortissement 777.96 euros.

B. Un emprunteur a contracté un prêt d'un montant $C = 10000$ euros remboursable en 96 mensualités. Le dernier amortissement est égal à 1237.68 euros

1. Donner une équation satisfaite par le taux mensuel t . Lequel des trois taux suivants est égal au taux mensuel t ? 0.002 ? 0.00375 ? 0.005 ?
2. Donner la valeur de la mensualité ainsi que le capital restant dû au début du 45 ième mois.

Exercice 5

Un particulier souhaite emprunter 30 000 euros au TEG fixe annuel de 8.091 pour cent (taux fixe nominal de 7.388 pour cent). Le remboursement s'effectuera en 96 mensualités de 414.83 euros.

Montant total dû par l'emprunteur 40 273.68 euros hors assurance facultative. Les frais de dossier s'élève à 450 euros (versé le jour de la remise des fonds)

Coût mensuel de l'assurance facultative de 28.5 euros en plus de l'échéance.

1. a. Calculer les taux mensuels proportionnels et équivalents du taux d'intérêt 7.388 pour cent.
b. Expliquer le calcul du montant des mensualités et du montant total.
2. a. Déterminer une équation vérifiée par le TEG mensuel de ce prêt (sans prendre en compte

l'assurance).

b. Ce TEG est-il égal au TEG annuel de 8.091 pour cent annoncé ?

3. En incluant l'assurance, lequel des trois taux suivants est le TEG de ce prêt ? 8.186 ? 9.675 ? 10.116 ?