

Circulation d'un jeton dans un réseau quelconque

Alain Cournier Stéphane Devismes

Université de Picardie Jules Verne

10 septembre 2026



Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

2 Spécification : énoncé formel du problème

- **Sûreté** : « rien de mal ne doit jamais arriver »
- **Vivacité** : « quelque chose de bien finit par arriver »

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

2 Spécification : énoncé formel du problème

- **Sûreté** : « rien de mal ne doit jamais arriver »
- **Vivacité** : « quelque chose de bien finit par arriver »

3 Algorithme : réaliser la spécification dans le modèle décrit

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

2 Spécification : énoncé formel du problème

- **Sûreté** : « rien de mal ne doit jamais arriver »
- **Vivacité** : « quelque chose de bien finit par arriver »

3 Algorithme : réaliser la spécification dans le modèle décrit

4 Correction : prouver que l'algorithme vérifie la spécification dans le modèle décrit

Outils : l'algorithme, les hypothèses sur le système et le raisonnement logique

Exemple :

p envoie de message M dans le canal i (**algorithme**) $\wedge$ canaux fiables (**modèle**)
 $\Rightarrow$ réception de M en temps fini par le voisin de p atteint depuis le canal i de p .

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

2 Spécification : énoncé formel du problème

- **Sûreté** : « rien de mal ne doit jamais arriver »
- **Vivacité** : « quelque chose de bien finit par arriver »

3 Algorithme : réaliser la spécification dans le modèle décrit

4 Correction : prouver que l'algorithme vérifie la spécification dans le modèle décrit

Outils : l'algorithme, les hypothèses sur le système et le raisonnement logique

Exemple :

p envoie de message M dans le canal i (**algorithme**) $\wedge$ canaux fiables (**modèle**)
 $\Rightarrow$ réception de M en temps fini par le voisin de p atteint depuis le canal i de p .

5 Complexité : principalement, **temps** et **nombre de messages**

1 Modèle

- Mode de communication : ici toujours le **passage de messages**
- Hypothèses sur le système : topologie, niveau d'asynchronisme, nommage des processus et des canaux, fautes
- Mode de démarrage : mono-initiateur ou multi-initiateur

2 Spécification : énoncé formel du problème

- **Sûreté** : « rien de mal ne doit jamais arriver »
- **Vivacité** : « quelque chose de bien finit par arriver »

3 Algorithme : réaliser la spécification dans le modèle décrit

4 Correction : prouver que l'algorithme vérifie la spécification dans le modèle décrit

Outils : l'algorithme, les hypothèses sur le système et le raisonnement logique

Exemple :

p envoie de message M dans le canal i (**algorithme**) $\wedge$ canaux fiables (**modèle**)
 $\Rightarrow$ réception de M en temps fini par le voisin de p atteint depuis le canal i de p .

5 Complexité : principalement, **temps** et **nombre de messages**

6 Implantation (sur le simulateur Sinalgo lors de la prochaine séance)

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle**
- 3 Spécification
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

- Processus et canaux asynchrones.
- Canaux étiquetés de 1 à δ_p pour tout processus p .
- Pas de faute.
- Topologie quelconque (connexe) d'au moins deux nœuds.
- Mono-initiateur.
- (Modèle à passage de messages)

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification**
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

La circulation de jeton est un algorithme à vague

Un algorithme à vague vérifie trois propriétés :

- 1 Terminaison
- 2 Décision
- 3 Dépendance

Définition d'un algorithme à vague

- **Terminaison** : Toutes ses exécutions (ou vagues) sont finies

Une exécution est finie, ou autrement dit termine, si elle atteint en temps fini une configuration à partir de laquelle le système contient plus jamais de message.

Sous l'hypothèse de canaux fiables, une exécution termine si elle ne comporte qu'un nombre fini d'envoi/réception de messages.

- **Décision** : Chacune de ses exécutions contient au moins un évènement particulier appelé **décision**
- **Dépendance** : Chaque évènement de **décision** est causalement précédé (au sens de Lamport) par au moins un évènement sur chaque processus

- Décision (de terminaison) :
 - Unique
 - Par l'initiateur
- Dépendance : circulation séquentielle (ordre causal total)

Instantiation : une (vague de) circulation de jeton

- **Sûreté :**

- Il existe au plus un jeton dans le réseau
- Au plus une décision est prise (**Décision**)
- Si une décision est prise, alors tous les processus ont été visités par le jeton (**Dépendance**)

- **Vivacité :**

- L'exécution termine (**Terminaison**)
- L'initiateur finit par décider (**Décision**)

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification
- 4 Algorithme**
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

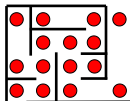
Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.



Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.

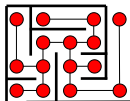


Représentons

- les intersections dans le labyrinthe par des sommets et

Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.

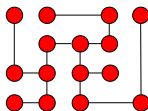


Représentons

- les **intersections** dans le labyrinthe par des **sommets** et
- les **allées** entre ces intersections par des **arêtes**.

Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.



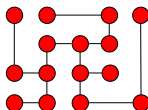
Représentons

- les intersections dans le labyrinthe par des sommets et
- les allées entre ces intersections par des arêtes.

Un labyrinthe se modélise donc comme un graphe non orienté connexe.

Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.



Représentons

- les intersections dans le labyrinthe par des sommets et
- les allées entre ces intersections par des arêtes.

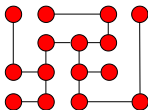
Un labyrinthe se modélise donc comme un graphe non orienté connexe.

Enfin, utilisons un jeton pour symboliser le marcheur qui se déplace.

L'algorithme de Tarry devient alors un algorithme de circulation de jeton dans un graphe quelconque.

Principe

L'algorithme proposé par Tarry en 1895 résout le problème du labyrinthe.



Représentons

- les **intersections** dans le labyrinthe par des **sommets** et
- les **allées** entre ces intersections par des **arêtes**.

Un **labyrinthe** se modélise donc comme un **graphe non orienté connexe**.

Enfin, utilisons un **jeton** pour symboliser le **marcheur** qui se déplace.

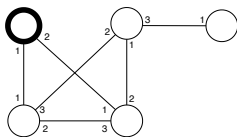
L'algorithme de Tarry devient alors un **algorithme de circulation de jeton dans un graphe quelconque**.

Principe de l'algorithme de Tarry :

« Ne reprendre l'allée initiale qui a conduit à un carrefour pour la première fois que lorsqu'on ne peut pas faire autrement ».

L'algorithme de Tarry applique le principe du **parcours en profondeur d'abord**.

Code et trace exemple



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

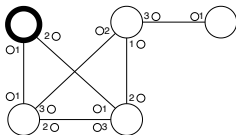
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

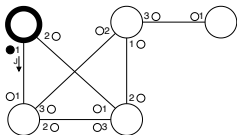
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

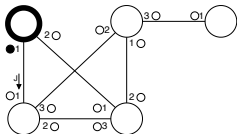
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

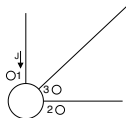
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

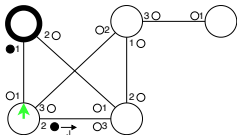
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

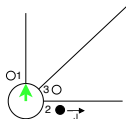
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
 Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

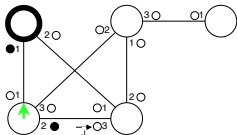
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

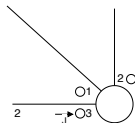
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
 Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

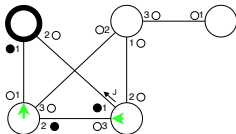
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

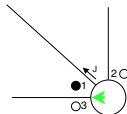
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

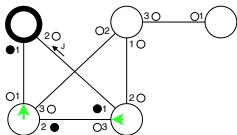
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

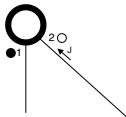
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Père*
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

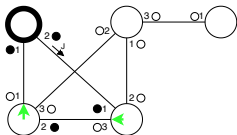
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

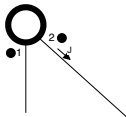
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

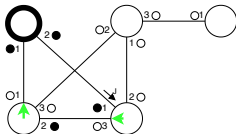
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

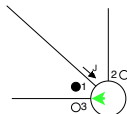
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant $\leftarrow q$*
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: *$Visite[Suivant] \leftarrow vrai$*
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *$Visite[Père] \leftarrow vrai$*
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

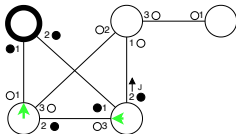
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

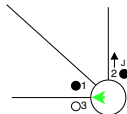
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

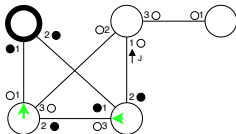
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

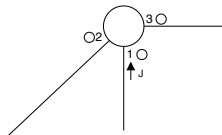
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

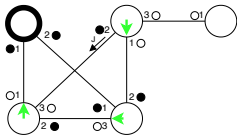
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

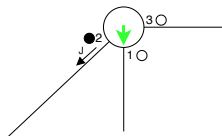
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

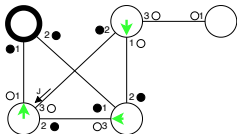
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

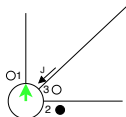
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

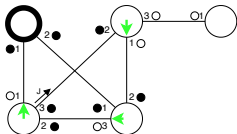
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

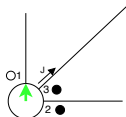
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

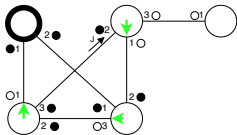
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

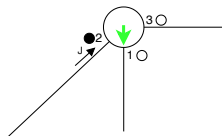
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

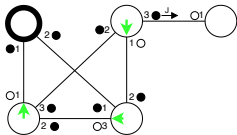
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

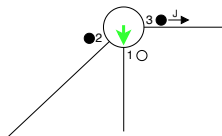
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

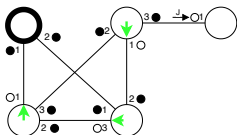
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: *Suivant* $\leftarrow q$
- 15: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 16: Choisir *Suivant* $\in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq$
Suivant $\wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à *Suivant*
- 19: *Visite[Suivant]* $\leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: *Visite[Père]* $\leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

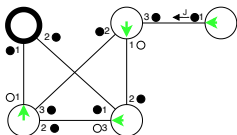
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

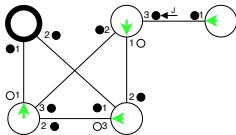
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

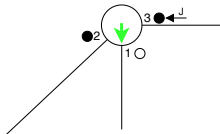
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** /* Dans le sinon */
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** /* Dans le sinon */
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

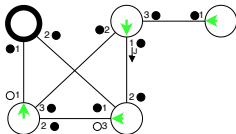
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

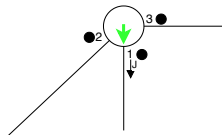
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

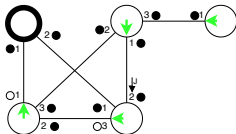
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

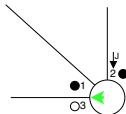
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, ..., \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

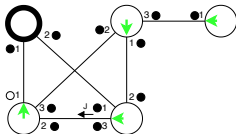
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

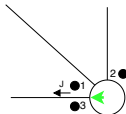
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, ..., \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, ..., \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, ..., \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, ..., \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

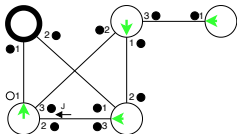
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

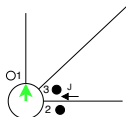
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, ..., \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, ..., \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, ..., \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

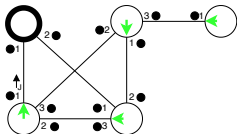
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

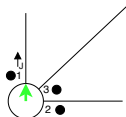
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

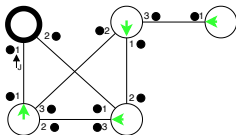
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

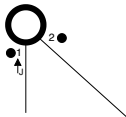
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon** */* Dans le sinon */*
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

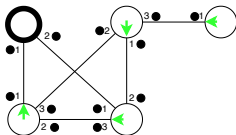
Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

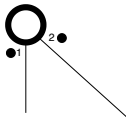
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Code et trace exemple



Vue locale :



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle

Question 1. Justifiez pourquoi il existe toujours au plus un jeton dans le réseau

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 1. Justifiez pourquoi il existe toujours au plus un jeton dans le réseau

- 1 Par hypothèse, il y a un seul initiateur.
- 2 Il exécute une seule fois le démarrage (« spontané ») de l'algorithme où il **émet un seul jeton**.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer **Jeton** à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de **Jeton** de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer **Jeton** à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer **Jeton** à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 1. Justifiez pourquoi il existe toujours au plus un jeton dans le réseau

- 1 Par hypothèse, il y a un seul initiateur.
- 2 Il exécute une seule fois le démarrage (« spontané ») de l'algorithme où il **émet un seul jeton**.
- 3 Ensuite, les processus envoient **un jeton seulement après en avoir reçu un**.

Par suite, il y a toujours au plus un jeton dans le réseau. $\square$

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer **(Jeton)** à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de (Jeton) de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer **(Jeton)** à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer **(Jeton)** à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 2. Justifiez pourquoi au plus une décision est exécutée. (*Décision*)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 2. Justifiez pourquoi au plus une décision est exécutée. (*Décision*)

- 1 Il y a toujours au plus un jeton dans le réseau (cf. question précédente).

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 2. Justifiez pourquoi au plus une décision est exécutée. (*Décision*)

- 1 Il y a toujours au plus un jeton dans le réseau (cf. question précédente).
- 2 De plus, un jeton ne peut être envoyé sans réception préalable que lors d'un démarrage (« spontané »).

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de $\langle \text{Jeton} \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 2. Justifiez pourquoi au plus une décision est exécutée. (*Décision*)

- 1 Il y a toujours au plus un jeton dans le réseau (cf. question précédente).
- 2 De plus, un jeton ne peut être envoyé sans réception préalable que lors d'un démarrage (« spontané »).
- 3 Or, il n'y a qu'un seul démarrage (« spontané ») puisqu'il n'y a qu'un seul initiateur.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer *⟨Jeton⟩* à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de *⟨Jeton⟩* de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: *décide*
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer *⟨Jeton⟩* à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer *⟨Jeton⟩* à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 2. Justifiez pourquoi au plus une décision est exécutée. (*Décision*)

- 1 Il y a toujours au plus un jeton dans le réseau (cf. question précédente).
- 2 De plus, un jeton ne peut être envoyé sans réception préalable que lors d'un démarrage (« spontané »).
- 3 Or, il n'y a qu'un seul démarrage (« spontané ») puisqu'il n'y a qu'un seul initiateur.
- 4 Par ailleurs, lorsqu'une décision est prise, elle intervient lors de la réception du jeton et en particulier après l'unique démarrage (« spontané »). De plus, dans ce cas, le jeton n'est pas renvoyé. Donc, après une décision, le système ne contient plus de jeton pour toujours.

D'où, il y a au plus une décision.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: *décide*
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 3. Combien de fois est traversée une arête lors de l'exécution ? (Justifiez)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 3. Combien de fois est traversée une arête lors de l'exécution ? (Justifiez)

Chaque arête est traversée au plus une fois dans chaque sens.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 3. Combien de fois est traversée une arête lors de l'exécution ? (Justifiez)

Chaque arête est traversée au plus une fois dans chaque sens.

- 1 Après qu'un processus p ait envoyé le jeton dans un canal q , il affecte pour toujours $Visite[q]$ à *vrai*.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
4: Envoyer *Jeton* à 1
5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de *Jeton* de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
7: $Père \leftarrow q$
8: **Fin Si**
9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
10: décide
11: **Sinon**
12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
14: $Suivant \leftarrow q$
15: **Sinon**
16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
17: **Fin Si**
18: Envoyer *Jeton* à $Suivant$
19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
20: **Sinon**
21: Envoyer *Jeton* à $Père$
22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
23: **Fin Si**
24: **Fin Si**

Question 3. Combien de fois est traversée une arête lors de l'exécution ? (Justifiez)

Chaque arête est traversée au plus une fois dans chaque sens.

- 1 Après qu'un processus p ait envoyé le jeton dans un canal q , il affecte pour toujours $Visite[q]$ à *vrai*.
- 2 Or, p n'envoie le jeton qu'à des canaux q tels que $Visite[q] = \text{faux}$.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de $\langle \text{Jeton} \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon** /* $\neg(\text{tests 9 et 12}) \Rightarrow \neg Visite[Père]$ */
- 21: Envoyer $\langle \text{Jeton} \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 4. Pourquoi l'exécution termine toujours ?

(Terminaison)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 4. Pourquoi l'exécution termine toujours ?

(Terminaison)

D'après la question 3, chaque canal est traversé au plus une fois dans chaque sens.

Ainsi, **au plus $2m$ messages** sont envoyés, où m est le nombre d'arêtes.

Par suite, toute exécution termine.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 5. Pourquoi y a-t-il nécessairement une décision lors de l'exécution ? (*Décision*)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 5. Pourquoi y a-t-il nécessairement une décision lors de l'exécution ? (*Décision*)

Le jeton circule tant qu'il n'y a pas de décision.

Donc d'après la question précédente au moins une décision finit par être prise.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 6. Quel processus finit par décider ? Pourquoi ? (*Décision*)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 6. Quel processus finit par décider ? Pourquoi ? (*Décision*)

L'initiateur finit par décider.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

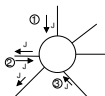
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 6. Quel processus finit par décider ? Pourquoi ? (*Décision*)

L'initiateur finit par décider.

- 1 Puisque le jeton est unique et créé par l'initiateur, chaque fois qu'un non-initiateur p détient le jeton, il l'a reçu une fois de plus qu'il ne l'a envoyé.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

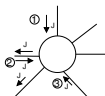
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 6. Quel processus finit par décider ? Pourquoi ? (*Décision*)

L'initiateur finit par décider.

- 1 Puisque le jeton est unique et créé par l'initiateur, chaque fois qu'un non-initiateur p détient le jeton, il l'a reçu une fois de plus qu'il ne l'a envoyé.



- 2 Or, d'après la question 3, chaque voisin de p envoie le jeton à p au plus une fois.
- 3 Ainsi, à la réception d'un jeton, $\delta_p \geq \#R > \#E$ où
 - $\#R$ = « nombre de canaux par lesquels p a reçu le jeton »
 - $\#E$ = « nombre de canaux par lesquels p a envoyé le jeton »

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

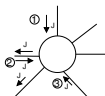
Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 6. Quel processus finit par décider ? Pourquoi ? (*Décision*)

L'initiateur finit par décider.

- 1 Puisque le jeton est unique et créé par l'initiateur, chaque fois qu'un non-initiateur p détient le jeton, il l'a reçu une fois de plus qu'il ne l'a envoyé.



- 2 Or, d'après la question 3, chaque voisin de p envoie le jeton à p au plus une fois.
- 3 Ainsi, à la réception d'un jeton, $\delta_p \geq \#R > \#E$ où
 - $\#R$ = « nombre de canaux par lesquels p a reçu le jeton »
 - $\#E$ = « nombre de canaux par lesquels p a envoyé le jeton »
- 4 D'où, à chaque réception du jeton, $\#E < \delta_p$: au moins un canal n'est pas marqué visité.

Ainsi, p ne décide jamais. Donc, seul l'initiateur peut décider et il finit par le faire, d'après la question 5. $\square$

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Tous les canaux incidents au processus qui a décidé ont été traversés une fois dans chaque direction.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Tous les canaux incidents au processus qui a décidé ont été traversés une fois dans chaque direction.

- 1 À la terminaison de l'algorithme, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux, sinon il n'y aurait pas de décision.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Tous les canaux incidents au processus qui a décidé ont été traversés une fois dans chaque direction.

- 1 À la terminaison de l'algorithme, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux, sinon il n'y aurait pas de décision.
- 2 De plus, la question 3, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux exactement une fois.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Tous les canaux incidents au processus qui a décidé ont été traversés une fois dans chaque direction.

- 1 À la terminaison de l'algorithme, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux, sinon il n'y aurait pas de décision.
- 2 De plus, la question 3, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux exactement une fois.
- 3 L'initiateur reçoit le jeton autant de fois qu'il l'a envoyé (le jeton est parti de lui!).

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 7. Que peut-on dire des canaux du processus qui a décidé ?

Tous les canaux incidents au processus qui a décidé ont été traversés une fois dans chaque direction.

- 1 À la terminaison de l'algorithme, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux, sinon il n'y aurait pas de décision.
- 2 De plus, la question 3, l'initiateur a envoyé le jeton à travers chacun de ses canaux exactement une fois.
- 3 L'initiateur reçoit le jeton autant de fois qu'il l'a envoyé (le jeton est parti de lui!).
- 4 Par suite, d'après la question 3, l'initiateur a reçu le jeton exactement une fois de chacun de ces canaux.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?
En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?
En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p, tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow \text{vrai}$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = \text{vrai}$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow \text{vrai}$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow \text{vrai}$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.

Ensuite, le père q de p vérifie la propriété, donc le lien (p, q) a été traversé une fois dans chaque sens.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.

Ensuite, le père q de p vérifie la propriété, donc le lien (p, q) a été traversé une fois dans chaque sens.

Or, lorsque p envoie le jeton à q , p a envoyé le jeton une fois et une seule à tous ses autres voisins, d'après l'algorithme et la question 3. Donc, à la décision, p a envoyé le jeton une fois à tous ses voisins, toujours d'après la question 3.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.

Ensuite, le père q de p vérifie la propriété, donc le lien (p, q) a été traversé une fois dans chaque sens.

Or, lorsque p envoie le jeton à q , p a envoyé le jeton une fois et une seule à tous ses autres voisins, d'après l'algorithme et la question 3. Donc, à la décision, p a envoyé le jeton une fois à tous ses voisins, toujours d'après la question 3.

De plus, par unicité du jeton (Question 1), à la décision à l'initiateur (Question 1), le non-initiateur p a reçu le jeton autant de fois qu'il l'a envoyé, donc δ_p fois. De plus, chaque voisin de p lui a envoyé le jeton au plus une fois d'après la question 3. Donc, lors de la décision, chaque canal de p a été traversé une fois dans les deux sens, contradiction.



Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.

Ensuite, le père q de p vérifie la propriété, donc le lien (p, q) a été traversé une fois dans chaque sens.

Or, lorsque p envoie le jeton à q , p a envoyé le jeton une fois et une seule à tous ses autres voisins, d'après l'algorithme et la question 3. Donc, à la décision, p a envoyé le jeton une fois à tous ses voisins, toujours d'après la question 3.

De plus, par unicité du jeton (Question 1), à la décision à l'initiateur (Question 1), le non-initiateur p a reçu le jeton autant de fois qu'il l'a envoyé, donc δ_p fois. De plus, chaque voisin de p lui a envoyé le jeton au plus une fois d'après la question 3. Donc, lors de la décision, chaque canal de p a été traversé une fois dans les deux sens, contradiction.



À l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 8. Une fois la décision exécutée, que peut-on dire des canaux d'un processus visité ?

En déduire qu'à l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité. (*Dépendance*)

Une fois la décision exécutée, pour tout processus visité p , tous les canaux incidents à p ont été traversés une fois dans chaque direction.

Par contradiction. Soit p le premier (dans le temps) processus visité qui ne vérifie pas la propriété.

D'après les réponses aux questions 6 et 7, p n'est pas l'initiateur.

Ensuite, le père q de p vérifie la propriété, donc le lien (p, q) a été traversé une fois dans chaque sens.

Or, lorsque p envoie le jeton à q , p a envoyé le jeton une fois et une seule à tous ses autres voisins, d'après l'algorithme et la question 3. Donc, à la décision, p a envoyé le jeton une fois à tous ses voisins, toujours d'après la question 3.

De plus, par unicité du jeton (Question 1), à la décision à l'initiateur (Question 1), le non-initiateur p a reçu le jeton autant de fois qu'il l'a envoyé, donc δ_p fois. De plus, chaque voisin de p lui a envoyé le jeton au plus une fois d'après la question 3. Donc, lors de la décision, chaque canal de p a été traversé une fois dans les deux sens, contradiction.



À l'exécution de la décision, tous les processus ont été visité.

Si il y a des processus qui n'ont jamais été visités, alors il existe deux voisins p et q tels que p a été visité mais pas q (le réseau est connexe). Ce qui contredit le fait que chaque canal de p a été traversé dans les deux sens. $\square$

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, T\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow T$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Conclusion

L'algorithme vérifie les propriétés suivantes :

- Unicité du Jeton (Question 1)
- La sûreté de la décision (Question 2)
- Terminaison (Question 4)
- La vivacité de la décision (Questions 5 et 6)
- La dépendance (Question 8)

D'où

Théorème

L'algorithme résout la circulation de jeton (simple) dans un réseau quelconque.

Conclusion

L'algorithme vérifie les propriétés suivantes :

- Unicité du Jeton (Question 1)
- La sûreté de la décision (Question 2)
- Terminaison (Question 4)
- La vivacité de la décision (Questions 5 et 6)
- La dépendance (Question 8)

D'où

Théorème

L'algorithme résout la circulation de jeton (simple) dans un réseau quelconque.

Question 9. Donnez la complexité en temps et en nombre de messages de l'algorithme.

Conclusion

L'algorithme vérifie les propriétés suivantes :

- Unicité du Jeton (Question 1)
- La sûreté de la décision (Question 2)
- Terminaison (Question 4)
- La vivacité de la décision (Questions 5 et 6)
- La dépendance (Question 8)

D'où

Théorème

L'algorithme résout la circulation de jeton (simple) dans un réseau quelconque.

Question 9. Donnez la complexité en temps et en nombre de messages de l'algorithme.

$2m$, où m est le nombre d'arêtes.

Cf. Questions 1 et 8.

Plan

- 1 Rappel
- 2 Modèle
- 3 Spécification
- 4 Algorithme
- 5 Correction et complexité de l'algorithme
- 6 Circulation perpétuelle**

Question 10. Réécrivez l'algorithme pour en faire une circulation perpétuelle.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Sinon**
- 12: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 13: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 14: $Suivant \leftarrow q$
- 15: **Sinon**
- 16: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 17: **Fin Si**
- 18: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 19: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 20: **Sinon**
- 21: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 22: $Visite[Père] \leftarrow vrai$
- 23: **Fin Si**
- 24: **Fin Si**

Question 10. Réécrivez l'algorithme pour en faire une circulation perpétuelle.

Variables

- 1: $Visite[1..\delta_p]$: tableau de booléens indexé sur les numéros de canaux où chaque case est initialisée à *faux*
- 2: $Père \in \{1, \dots, \delta_p\} \cup \{\perp, \top\}$ initialisé à $\perp$

Spontanément

- 3: $Père \leftarrow \top$
- 4: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 5: $Visite[1] \leftarrow vrai$

Réception de $\langle Jeton \rangle$ de q

- 6: **Si** $Père = \perp$ **alors**
- 7: $Père \leftarrow q$
- 8: **Fin Si**
- 9: **Si** $\forall q' \in \{1, \dots, \delta_p\}, Visite[q'] = vrai$ **alors**
- 10: décide
- 11: **Pour tout** $x \in \{1, \dots, \delta_p\}$ **faire**
- 12: $Visite[x] \leftarrow faux$
- 13: **Fin Pour**
- 14: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à 1
- 15: $Visite[1] \leftarrow vrai$
- 16: **Sinon**
- 17: **Si** $\exists q' \in \{1, \dots, \delta_p\} \mid Père \neq q' \wedge \neg Visite[q']$ **alors**
- 18: **Si** $Père \neq q \wedge \neg Visite[q]$ **alors**
- 19: $Suivant \leftarrow q$
- 20: **Sinon**
- 21: Choisir $Suivant \in \{1, \dots, \delta_p\}$ tel que $Père \neq Suivant \wedge \neg Visite[Suivant]$
- 22: **Fin Si**
- 23: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Suivant$
- 24: $Visite[Suivant] \leftarrow vrai$
- 25: **Sinon**
- 26: Envoyer $\langle Jeton \rangle$ à $Père$
- 27: **Pour tout** $x \in \{1, \dots, \delta_p\}$ **faire**
- 28: $Visite[x] \leftarrow faux$
- 29: **Fin Pour**
- 30: $Père \leftarrow \perp$
- 31: **Fin Si**
- 32: **Fin Si**