

Licence 3 Informatique

Devoir numéro 2

Méthodes formelles d'aide à la détection d'erreurs

Il vous est demandé un travail personnel. Toute réponse non prouvée sera considérée comme fausse. En clair, nous voulons une réponse, l'explication qui conduit à formuler cette réponse et la preuve que la réponse est valide.

Dans ce devoir, TabEl sera un tableau d'entiers indicé de 0 à n.

Exercice 1 :

On veut savoir s'il est possible de sélectionner dans le tableau un ensemble de valeurs dont le total sera une valeur Cible donnée. Pour cela on a écrit la fonction somme partielle.

Fonction SommePartielle

Donnée TabEl : un tableau d'entiers indicé de 0 à n ; \\ Précondition $n \geq 0$

 Cible : un entier non nul

Résultat booléen

DébutCode

Renvoyer (SommePartielleRec(TabEl, cible, 0))

FinCode

Fonction SommePartielleRec

Données TabEl : un tableau d'éléments indicé de 0 à n ; \\ Précondition $n \geq 0$

 Cible : un entier ; j : un indice de TabEl \\ Précondition $0 \leq j \leq n$

Résultat booléen

DébutCode

Si $j = n$ **alors** **Renvoyer** ($T[n] = \text{cible}$ ou $\text{cible} = 0$)

Sinon **Renvoyer** (SommePartielleRec(TabEl, cible, $j+1$) **ou** SommePartielleRec(TabEl, $\text{cible}-T[j]$, $j+1$))

FinCode

Question 1.1 : Démontrez que la fonction SommePartielle s'arrête pour toute donnée.

Question 1.2 : Démontrez que La fonction SommePartielle renvoie vrai si et seulement si il existe un ensemble de valeurs d'indice $\{i_1, i_2, \dots, i_t\}$ tel que $\text{cible} = T[i_1] + T[i_2] + \dots + T[i_t]$.

Question 1.3 : Donnez la complexité en temps de cette fonction

Exercice 2 :

Le compte est bon est extrait d'une célèbre (vieux) jeu télévisé « Des chiffres et des lettres »¹. Dans la partie « le compte est bon » les candidats devaient atteindre une valeur cible à partir d'un ensemble de valeurs.

Le but de cette épreuve est d'obtenir un nombre cible (de 101 à 999) à partir d'opérations élémentaires (Addition "+", Soustraction "-", Multiplication "x", Division "÷") sur des entiers naturels, en partant de nombres tirés au hasard (de 1 à 10, 25, 50, 75 et 100) avec les restrictions suivantes :

- Les nombres tirés ne peuvent être utilisés qu'une seule fois dans le calcul
- Pour utiliser $a \div b$ il est impératif que b soit un diviseur de a .

Fonction CompteEstBon

Donnée TabEl : un tableau d'entiers indicé de 0 à n ; \ \ Précondition $n \geq 0$

Cible : un entier non nul

Résultat Booléen ;

DébutCode

Renvoyer (CompteEstBon(TabEl, cible, 0))

FinCode

Fonction CompteEstBonRec

Données TabEl : un tableau d'éléments indicé de 0 à n ; \ \ Précondition $n \geq 0$

Cible : un entier ; j : un indice de TabEl \ \ Précondition $0 \leq j \leq n$

Résultat booléen

DébutCode

Si $j = n$ **alors Renvoyer** ($T[n] = \text{cible}$ **ou** $\text{cible} = 0$)

Sinon Renvoyer (CompteEstBonRec (TabEl, cible, $j+1$) \ \ $j^{\text{ième}}$ élément inutile

ou CompteEstBonRec (TabEl, $\text{cible} - T[j]$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = T[j] + \text{nouvelle cible}$

ou CompteEstBonRec (TabEl, $\text{cible} + T[j]$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = \text{nouvelle cible} - T[j]$

ou CompteEstBonRec (TabEl, $T[j] - \text{cible}$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = T[j] - \text{nouvelle cible}$

ou (CompteEstBonRec (TabEl, $\text{cible} \div T[j]$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = \text{nouvelle cible} * T[j]$

et $\text{cible} \bmod T[j] = 0$)

ou CompteEstBonRec (TabEl, $\text{cible} * T[j]$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = \text{nouvelle cible} \div T[j]$

ou (CompteEstBonRec (TabEl, $\text{cible} \div T[j]$, $j+1$) \ \ $\text{cible} = T[j] \div \text{nouvelle cible}$

et $T[j] \bmod \text{cible} = 0$))

FinCode

¹ Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Des_chiffres_et_des_letters

L'algorithme `CompteEstBon` souhaite indiquer s'il est possible de calculer la valeur cible (donnée en paramètre) à partir des valeurs contenues dans le tableau `TabEl` (donné en paramètre). Pour ce faire il utilise une fonction récursive `CompteEstBonRec` qui indique s'il est possible de calculer la valeur cible (donnée en paramètre) à partir des valeurs contenues dans le tableau `TabEl` (donné en paramètre) en utilisant seulement les nombres contenus dans le tableau entre les indices `j` et `n`.

Dans les commentaires de l'algorithme `CompteEstBonRec` `cible` désigne la valeur passée comme paramètre (en entrée) et `nouvelle cible` désigne la valeur passée pour le dernier appel récursif.

Question 2.1 : La fonction `CompteEstBon` s'arrête-t-elle pour toute donnée ?

Question 2.2 : La fonction `CompteEstBon` répond-elle aux spécifications ?

Question 2.3 : Donnez, lorsque cette fonction s'arrête, la complexité en temps de la fonction `CompteEstBon` ?